Optimized Nurse Scheduling to Improve Efficiency and Well-Being in Hospitals: a Case Study in a French Hospital

Yasmine Alaouchiche, Yassine Ouazene, Farouk Yalaoui and Hicham Chehade

June 5, 2023

CIGI QUALITA MOSIM 2023
Optimisation de la planification du personnel infirmier pour améliorer l'efficacité et le bien-être en milieu hospitalier : une étude de cas dans un hôpital français

Yasmine ALAOUCHICHE[1,2], Yassine OUAZENE[1], Farouk YALAOUI [1], Hicham CHEHADE [2]

[1] LABORATOIRE INFORMATIQUE ET SOCIETE NUMERIQUE
UNIVERSITE DE TECHNOLOGIE DE TROYES
12 rue Marie Curie, CS 42060 10004 Troyes CEDEX
Email: (yasmine.alaouchiche, yassine.ouazene, farouk.yalaoui)@utt.fr

[2] OPTA LP S.A.S.
2 Rue Gustave Eiffel, 10430 Rosières-prés-Troyes
Email: (alaouchiche, chehade)@opta-lp.com

***Résumé* -** Afin d'améliorer l'efficacité des organisations de soins de santé, il est primordial d'améliorer la qualité des services ainsi que le bien-être du personnel soignant. Le personnel infirmier est une ressource humaine cruciale, pour laquelle de meilleurs horaires conduisent à une meilleure qualité de service, une plus grande satisfaction au travail et un plus grand bien-être. Par conséquent, le problème d'ordonnancement du personnel infirmier a suscité une attention considérable ces dernières décennies. Dans la pratique, les plannings sont généralement générés manuellement par les infirmiers chefs des services. Cependant, cette tâche est souvent difficile et chronophage. Dans cet article, un modèle mathématique est proposé pour résoudre le problème d'ordonnancement des infirmiers pour un cas d'application issu d'un service hospitalier français. L'approche proposée offre la possibilité d'une planification efficace permettant entre autres de satisfaire les contraintes de réglementation du temps de travail, d'équilibrer la charge de travail, ainsi que de satisfaire les desiderata des infirmiers. Les résultats confirment l'efficacité de l'approche proposée en comparaison avec la planification manuelle.

***Mots clés* -** Problème de planification du personnel infirmier, programmation mixte en nombres entiers, planification du personnel, soins de santé.

1 Introduction

1.1 Revue de la littérature

La planification du personnel hospitalier est un problème particulièrement complexe qui a attiré une attention considérable ces dernières années. La réalisation d'un planning efficace du personnel soignant est devenue un véritable casse-tête et un défi quotidien pour les managers. En France, selon les chiffres de la sécurité sociale, en moyenne 58% à 66% des dépenses d'un centre hospitalier sont dédiées au personnel, ce qui en fait le premier poste de dépense. Ainsi, cette question est devenue l'un des principaux problèmes de planification. En particulier, le problème d'ordonnancement du personnel infirmier (NSP) est un problème d'optimisation combinatoire qui est largement étudié depuis des décennies. Les infirmiers sont une main-d'œuvre cruciale des établissements de santé devant être planifiée en permanence. Il est évident que l'amélioration de l'efficacité opérationnelle des hôpitaux nécessite une utilisation optimale des ressources limitées. Néanmoins, dans le contexte des ressources humaines, il est primordiale de se focaliser sur le bien-être professionnel et personnel des soignants. Selon une enquête de l'ordre des infirmiers, 63% des infirmiers ressentent « très souvent » un symptôme d'épuisement professionnel tandis que 89% ne se sentent pas assez considérés dans leur métier. Cette profession qui porte à bout de bras le système de santé se retrouve au cœur de l'épuisement professionnel. Dans l'incapacité de mener leurs missions comme ils le souhaiteraient, les valeurs du soin, son éthique, moteurs de l'exercice de la profession sont de plus en plus mis à mal. Récemment, la pandémie du

COVID-19 a mis en évidence l'importance du bien-être et les conséquences des longues heures de travail et des conditions stressantes sur le moral et la performance professionnelle.

Le NSP consiste à affecter des postes de travail aux infirmiers sur un horizon de planification en respectant un certain nombre de contraintes. Les contraintes sont généralement classées en deux catégories : les contraintes dures et les contraintes souples. Les contraintes dures doivent être satisfaites pour obtenir des solutions faisables, tandis que les contraintes souples ne sont que souhaitables et peuvent être violées. Les plannings des infirmiers peuvent être créés manuellement. Cependant, la génération de plannings de qualité est à la fois difficile et chronophage. Par conséquent, l'automatisation de ce processus offre la possibilité de générer des plannings de meilleure qualité en moins de temps.

Ce problème a été prouvé NP-difficile [Osogami and Imai, 2000], par la preuve que le problème NP-complet d'affectation peut être transformé en une version du NSP avec seulement un sous-ensemble des contraintes du monde réel [De Causmaecker and Vanden Berghe, 2011]. Cette analyse n'inclut pas d'autres contraintes du NSP telles que la consécution qui rendent le problème beaucoup plus difficile à résoudre [De Causmaecker and Vanden Berghe, 2011; Messelis et al., 2009]. En ce qui concerne la littérature, le problème a été largement étudié et de nombreuses revues de la littérature sont disponibles [Burke et al., 2004; Cheang et al., 2003; De Causmaecker and Vanden Berghe, 2011]. Récemment, [Ngoo et al., 2022] a présenté un aperçu des avancées récentes basé sur des articles méthodologiques publiés entre 2012 et 2021. Les méthodes de résolution ont été discutées et catégorisées, ainsi que les benchmarks de tests.

Cependant, le NSP dans la pratique est plus difficile. Dans [Kellogg and Walczak, 2007], les auteurs ont conclu qu'environ 86% des recherches destinées à être appliquées dans la pratique ne sont appliquées que dans 30% des cas. Cette constatation est confirmée dans [Van den Bergh et al., 2013], où les auteurs ont affirmé que plus de 70% des articles analysés ont utilisé des données du monde réel, mais que moins de 20% ont été appliqués dans la pratique. Certaines des études appliquées dans la pratique comprennent le travail de [Meyer auf'm Hofe, 2001] avec l'optimisation par contraintes appliquée en Allemagne, [Burke et al., 2001] avec un système basé sur les métaheuristiques implémenté dans des hôpitaux belges, [Azaiez and Al Sharif, 2005] avec un système basé sur la programmation par objectifs implémenté dans un hôpital en Arabie saoudite et [Rönnberg et al., 2013] utilisant la recherche tabou pour résoudre le NSP en suède. De plus, [Beddoe et al., 2009] ont utilisé l'intelligence artificielle pour générer des plannings pour une unité de soins dans un hôpital du Royaume-Uni. La principale critique adressée à cette approche est qu'elle essaie de "mimer" les plannings précédents et ne se concentre donc pas sur l'amélioration. Enfin, [Böðvarsdóttir et al., 2022] ont utilisé un système flexible basé sur la programmation mixte en nombres entiers dans deux unités de soins danoises.

[Petrovic, 2019] a essayé de comprendre pourquoi il est si difficile de mettre en œuvre les approches développées pour le NSP dans la pratique. Dans son article, l'auteure a souligné, entre autres raisons, la faible intégration du bien-être du personnel, la qualité des méthodes et systèmes de planification du personnel avec une faible flexibilité et la focalisation des logiciels sur l'assistance administrative plutôt que sur l'automatisation du processus de planification. Par conséquent, les chercheurs devraient collaborer davantage avec les praticiens pour analyser le problème et déterminer leurs besoins réels.

1.2 Contribution

Bien que le NSP ait été largement étudié en tenant compte de différentes contraintes et objectifs, les contraintes et instances du monde réel ont tendance à être plus délicates. En outre, la plupart des fonctions objectifs utilisées se concentrent sur la minimisation de la violation des contraintes souples, alors que l'équilibrage dans l'affectation de la charge de travail nécessite encore des efforts de recherche. Il faut se concentrer simultanément sur différents aspects tels que l'équilibrage de la charge de travail, l'équilibrage de l'affectation de la charge pénible ainsi que les préférences des infirmiers. D'un autre côté, bien que plusieurs approches soient utilisées pour résoudre le NSP, l'optimisation mathématique reste une des plus adoptées [Ngoo et al., 2022]. Cette approche, en plus d'offrir une bonne qualité de solution, est particulièrement facile à transférer aux services hospitaliers.

Par conséquent, cet article se concentre sur la modélisation et la résolution du NSP en considérant une étude de cas dans un service hospitalier français. Plusieurs contraintes relatives à la réglementation du temps de travail, aux contrats et restrictions spécifiques aux infirmiers, etc. sont formulées et modélisées de manière flexible dans le but de se rapprocher au maximum des besoins dans la pratique. Par ailleurs, le problème est résolu en considérant une agrégation des objectifs suivants :

- La minimisation de la violation des contraintes souples.
- La satisfaction des préférences des infirmiers.
- L'équilibrage la charge de travail totale et de la charge de travail par type de poste.
- L'équilibrage de l'attribution des week-ends et jours fériés libres.

Ainsi, l'approche proposée offre la possibilité d'une planification efficace centrée sur le bien-être du personnel de santé. Des tests sur des données réelles du service hospitalier permettent de confirmer l'efficacité de l'approche par rapport à la planification manuelle. En effet, les contraintes considérées sont respectées, les préférences du personnel infirmier sont satisfaites, et la charge de travail ainsi que les affectations par type de poste sont mieux équilibrées. De plus, la méthode présentée permet d'équilibrer la charge de travail et minimiser la surcharge et la sous-charge de travail en tenant compte des données historiques, de façon continue d'une période de planification à l'autre afin de répondre aux exigences contractuelles annuelles de travail. Enfin, l'algorithme offre un réel gain de temps lors de la réalisation des plannings.

1.3 Structure du papier

L'article est structuré comme suit. La section 2 présente la formulation mathématique du problème en modélisant les contraintes et la fonction objectif. Les expériences numériques sur l'étude de cas sont présentées dans la section 3, où les résultats sont analysés. Les conclusions sont finalement tirées dans la section 4, ainsi que les perspectives de recherche futures.

2 Modèle mathématique

Dans la suite, la formulation mathématique du problème est présentée.

2.1 Ensembles

- N Ensemble d'infirmiers.
- D Ensemble de jours du planning.
- D^f Ensemble de jours fériés du planning.
- D^{sam} Ensemble de jours $d \in D$ de l'horizon de planification tombant un samedi.
- S^{all} Ensemble de postes de travail en plus du poste particulier congés ($S^{all} = \{1, ...\}$ le poste indice 1 est attribué aux congés).
- S Ensemble de postes de travail ($S = \{2, ...\}$ le poste indice 2 est attribué aux formations).
- S^{night} Ensemble de postes de travail de nuit.
- K_n Ensemble de compétences que possèdent l'infirmier $n \in N$.
- I_s Ensemble des postes de travail qui ne peuvent être affectés immédiatement le jour suivant le poste $s \in S$.
- F_n Ensemble de jours $d \in D$ où une formation est prévue pour l'agent $n \in N$.
- C_n Ensemble de soignants pouvant accompagner l'infirmier $n \in N$.
- M_n Ensemble d'infirmiers devant être affecté avec l'infirmier $n \in N$.
- $\bar{M}_n$ Ensemble d'infirmiers incompatibles avec l'infirmier $n \in N$.
- Δ Ensemble de variables d'écart.

2.2 Paramètres

- $A_{n,d}$ variable binaire égale à 1 if l'agent n est disponible le jour d (hors congés), 0 sinon.
- $L_{n,d}$ variable binaire égale à 1 if l'agent n est en congés le jour d, 0 sinon.
- $R_{n,s,d}$ variable binaire égale à 1 if l'agent n n'est pas autorisé à travailler le poste s du jour d, 0 sinon.
- $\tilde{D}_s$ Durée en heures du poste $s \in S$.
- H^{max} Nombre maximum d'heures de travail pour un agent sur un horizon de temps glissant $\hat{H}^{max}$.
- D^{max} Nombre maximum de jours de travail pour un agent sur un horizon de temps glissant $\hat{D}^{max}$.
- D^{min} Nombre minimum de jours de travail pour un agent sur un horizon de temps glissant $\hat{D}^{min}$.
- D^{rmax} Nombre maximum de jours de repos pour un agent sur un horizon de temps glissant $\hat{D}^{rmax}$.
- D^{rmin} Nombre minimum de jours de repos pour un agent sur un horizon de temps glissant $\hat{D}^{rmin}$.
- D^{Cmax} Nombre maximum de jours de travail consécutifs pour un agent.
- D^{LCmax} Nombre maximum de séquence de travail dépassant D^{Cmax} pour un agent.
- D^{Cmin} Nombre minimum de jours de travail consécutifs pour un agent.
- D^{Crmax} Nombre maximum de jours de repos consécutifs pour un agent.
- D^{Crmin} Nombre minimum de jours de repos consécutifs pour un agent.
- W^{max} Nombre maximum de week-ends libres pour un agent sur l'horizon du planning.
- W^{min} Nombre minimum de week-ends libres pour un agent sur l'horizon du planning.
- W^{Cmax} Nombre maximum de week-ends consécutifs travaillés pour un agent.
- $P^{rest}_{n,d}$ variable binaire égale à 1 if l'agent n souhaite être en repos le jour d, 0 sinon.
- $P^{work}_{n,d}$ variable binaire égale à 1 if l'agent n souhaite travailler le jour d, 0 sinon.
- $target_n$ La charge de travail cible pour l'agent $n \in N$ sur l'horizon du planning.
- $target^{night}_n$ La charge de travail de nuit cible pour l'agent $n \in N$ sur l'horizon du planning.
- $Hist_n$ L'historique de nombre de jours fériés travaillés pour l'agent $n \in N$.
- $\Phi^{violation}_i$ Pénalité de violation de la contrainte associée à la variable d'écart $i \in \Delta$.

2.3 Variables de décision

La variable de décision principale est la variable binaire $x_{n,s,d,k}$:

$$x_{n,s,d,k} = \begin{cases} 1 & \text{si le poste de travail } s \in S \text{ est affecté à l'agent} \\ & n \in N \text{ le jour } d \in D \text{ avec la compétence } k \in K_n, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \tag{1}$$

De plus, un ensemble de variables auxiliaires et de variables d'écarts (slack variables) sont utilisées. Leurs présentations sont données dans la section suivante.

2.4 Contraintes

$$x_{n,s,d,k} \leq A_{n,d}, \forall n \in N, \forall k \in K_n, \forall d \in D \tag{2}$$

$$\sum_{k \in K_n} x_{n,1,d,k} = L_{n,d}, \forall n \in N, \forall d \in D \tag{3}$$

$$x_{n,s,d,k} \leq 1-R_{n,s,d}, \forall n \in N, \forall k \in K_n, \forall s \in S, \forall d \in D \quad (4)$$

$$\sum_{k\in K_n} x_{n,s_1,d,k} + \sum_{k\in K_n} x_{n,s_2,d} \leq 1, \quad (5)$$
$$\forall n \in N, \forall d \in D, \forall s_1 \in S, \forall s_2 \in I_{s_1} \quad (6)$$

$$\sum_{k\in K_n} x_{n,2,d,k} = 1, \forall n \in N, \forall d \in F_n \quad (7a)$$

$$\sum_{k\in K_n} x_{n,2,d,k} = 0, \forall n \in N, \forall d \notin F_n \quad (7b)$$

$$\sum_{n\in N, k\in K_n} x_{n,s,d,k} = \sum_{k\in K_n} \tilde{d}_{s,d,k} - \delta^{coverage}_{s,d}, \forall s \in S, \forall d \in D \quad (8)$$

$$\sum_{k\in K_n} x_{n,s,d,k} \leq 1, \forall n \in N, \forall s \in S, \forall d \in D \quad (9)$$

$$\sum_{n\in N} x_{n,s,d,k} = \tilde{d}_{s,d,k} - \delta^{scoverage}_{s,d,k}, \forall k \in K_n \forall s \in S, \forall d \in D \quad (10)$$

$$\sum_{k\in K_n} x_{n,s,d,k} \leq \sum_{n'\in C_n} \sum_{k\in K_n} x_{n',s,d,k} + \delta^{chaperoning}_{n,s,d}, \quad (11)$$
$$\forall s \in S - \{2\}, \forall d \in D, \forall n \in N : |C_n| > 0.$$

$$\sum_{k\in K_n} x_{n_1,s,d,k} = \sum_{k\in K_n} x_{n_2,s,d,k}, \forall s \in S - \{2\}, \quad (12)$$
$$\forall d \in D, \forall n \in N, \forall n_2 \in M_n.$$

$$\sum_{k\in K_n} x_{n_1,s,d,k} \leq 1 - \sum_{k\in K_n} x_{n_2,s,d,k}, \quad (13)$$
$$\forall s \in S - \{2\}, \forall d \in D, \forall n \in N, \forall n_2 \in \bar{M}_n.$$

$$\sum_{s\in S, k\in K_n} x_{n,s,d,k} \leq 1, \forall n \in N, \forall d \in D \quad (14)$$

$$\sum_{d'=d}^{d+\hat{H}^{max}-1} \sum_{s\in S k\in K_n} x_{n,s,d',k} * \tilde{D}_s \leq H_{max}, \quad (15)$$
$$\forall d \in (1, |D| - \hat{H}^{max} + 1), \forall n \in N$$

$$y_{n,d} \leq 1 - \sum_{k\in K_n} x_{n,s,d,k}, \forall n \in N, \forall s \in S, \forall d \in D \quad (16a)$$

$$y_{n,d} \geq 1 - \sum_{s\in S, k\in K_n} x_{n,s,d,k}, \forall n \in N, \forall d \in D \quad (16b)$$

$$\sum_{d'=d}^{d+\hat{D}^{max}-1} (1 - y_{n,d'}) \leq D^{max}, \quad (17a)$$
$$\forall d \in (1, |D| - \hat{D}^{max} + 1), \forall n \in N$$

$$\sum_{d'=d}^{d+\hat{D}^{min}-1} (1 - y_{n,d'}) \geq D^{min}, \quad (17b)$$
$$\forall d \in (1, |D| - \hat{D}^{min} + 1), \forall n \in N$$

$$\sum_{d'=d}^{d+\hat{D}^{rmax}-1} y^{fullrest}_{n,d'} * A_{n,d} \leq D^{rmax}, \quad (17c)$$
$$\forall d \in (1, |D| - \hat{D}^{rmax} + 1), \forall n \in N$$

$$\sum_{d'=d}^{d+\hat{D}^{rmin}-1} y^{fullrest}_{n,d'} * A_{n,d} \geq D^{rmin}, \quad (17d)$$
$$\forall d \in (1, |D| - \hat{D}^{rmin} + 1), \forall n \in N$$

$$\sum_{d'=d}^{d+D^{Cmax}} (1 - y_{n,d'}) - \delta^{wconsec}_{n,d} \leq D^{Cmax}, \quad (18a)$$
$$\forall d \in (1, |D| - D^{Cmax}), \forall n \in N.$$

$$\sum_{d\in D} \delta^{wconsec}_{n,d} - \delta^{lwconseq}_{n} \leq D^{LCmax}, \forall n \in N \quad (18b)$$

$$y_{n,d-1} - y_{n,d} \leq \Theta^{wstart}_{n,d} \quad (19a)$$

$$1 - y_{n,d} \geq \Theta^{wstart}_{n,d} \quad (19b)$$

$$y_{n,d-1} \geq \Theta^{wstart}_{n,d} \quad (19c)$$

$$y_{n,d+1} - y_{n,d} \leq \Theta^{wend}_{n,d} \quad (20a)$$

$$1 - y_{n,d} \geq \Theta^{wend}_{n,d} \quad (20b)$$

$$y_{n,d+1} \geq \Theta^{wend}_{n,d} \quad (20c)$$

$$(D^{Cmin} - d + d^{'})^2(\Theta^{wend}_{n,d} - \Theta^{wstart}_{n,d} - 1) \leq \zeta^{wconseq}_{n,d},$$
$$\forall d^{'} \in (d - D^{Cmin} + 2, d), \forall d \in D, \forall n \in N. \quad (21)$$

$$\sum_{d'=d}^{d+D^{Crmax}} y^{fullrest}_{n,d'} * A_{n,d'} - \delta^{rconseq}_{n,d} \leq D^{Crmax}, \quad (22)$$
$$\forall d \in (1, |D| - D^{Crmax}), \forall n \in N.$$

$$(D^{Crmin} - d + d^{'})^2(\Theta^{rend}_{n,d} - \Theta^{rstart}_{n,d} - 1) \leq \zeta^{rconseq}_{n,d},$$
$$\forall d^{'} \in (d - D^{Crmin} + 2, d), \forall d \in D, \forall n \in N. \quad (23)$$

$$\sum_{k\in K_n} x_{n,s,d,k} \leq \sum_{k\in K_n} x_{n,s,d+1,k} + 1 - \sum_{s\in S^{all}, k\in K_n} x_{n,s,d,k},$$
$$\forall s \in S^{night}, \forall d \in (1, |D| - 2), \forall n \in N. \quad (24a)$$

$$\sum_{k\in K_n} x_{n,s,d,k} \leq \sum_{s\in S^{all}, k\in K_n} x_{n,s,d+1,k} - \sum_{s\in S^{all}, k\in K} x_{n,s,d+2,k}$$
$$+1 + \delta^{rnight}_{n,s,d}, \forall s \in S^{night}, \forall d \in (1, |D| - 2), \forall n \in N. \quad (24b)$$

$$w_{n,week} \leq y_{n,d}, \forall d \in D^{sam}, \forall week \in (1, |D^{sam}|), \forall n \in N. \quad (25a)$$

$$w_{n,week} \leq y_{n,d+1}, \forall d \in D^{sam} : d + 1 \leq |D|, \quad (25b)$$
$$\forall week \in (1, |D^{sam}|), \forall n \in N.$$

$$w_{n,week} \leq 1 - \sum_{s \in S^{night}, k \in K_n} x_{n,s,d-1,k},$$
$$\forall d \in D^{sam} : d-1 \geq 1, \forall week \in (1, |D^{sam}|), \forall n \in N. \quad (25c)$$

$$w_{n,week} \geq y_{n,d} + y_{n,d+1} + (1 - \sum_{s \in S^{night}, k \in K_n} x_{n,s,d-1,k}) - 2,$$
$$\forall d \in D^{sam}, \forall week \in (1, |D^{sam}|), \forall n \in N. \quad (25d)$$

$$\sum_{week \in (1, |D^{sam}|)} w_{n,week} \leq W_{max}, \forall n \in N. \quad (26)$$

$$\sum_{week \in (1, |D^{sam}|)} w_{n,week} \geq W_{min}, \forall n \in N. \quad (27)$$

$$y_{n,d} = y_{n,d+1}, \forall d \in D^{sam}, \forall n \in N. \quad (28)$$

$$\sum_{k \in K} x_{n,s,d,k} = \sum_{k \in K} x_{n,s,d+1,k},$$
$$\forall n \in N, \forall s \in S - \{2\}, \forall d \in D^{sam}. \quad (29)$$

$$\sum_{week'=week}^{week+W_{Cmax}} (1 - w_{n,week'}) \leq W_{Cmax},$$
$$\forall week \in (1, |D^{sam}| - W_{Cmax}), \forall n \in N. \quad (30)$$

L'équation 2 s'assure de n'affecter un agent que s'il est disponible. L'équation 3 permet de prendre en considération les congés annuels qui sont une indisponibilité particulière comptabilisée en heures de travail. L'équation 4 considère les restrictions concernant certains types de postes (par exemple, un agent peut être exclusivement de nuit ou de jour, etc.). L'équation 5 traite les incompatibilités entre les différents types de poste, par exemple on ne peut affecter un agent à un poste matinal le lendemain d'une affectation à un poste de nuit. Les équations 7a et 7b concernent les formations et s'assurent qu'un agent est affecté à un poste de formation si et seulement si celle-ci est prévue. Dans le même contexte, d'autres contraintes nécessaires sont ajoutées en ce qui concerne : l'affectation aux services appropriés en cas de partage du personnel, les pré-affectations ou demandes fixes, etc.

Une couverture suffisante doit être garantie pour le service, et ce pour chaque poste $s \in S$ et chaque jour $d \in D$ de l'horizon du planning (équation 8). La couverture en termes de compétences est également prise en compte (équation 10). Ces deux contraintes peuvent être considérées comme contraintes dures ou souples. Dans le cas de contraintes souples, les variables d'écart seront pénalisées dans la fonction objectif. En outre, l'équation 9 s'assure de n'activer qu'une seule compétence par agent et par affectation.

L'accompagnement est pris en compte avec la contrainte équation 11 où un agent avec besoin d'accompagnement sera toujours affecté à un poste avec au moins un de ses chaperons. Cette contrainte exclut naturellement les postes de formations et de congés annuels, et peut être considérée comme contrainte dure ou souple. Les équations 12 et 13 prennent en compte respectivement les affectation en équipe et les incompatibilités entre infirmiers.

La suite concerne les contraintes relatives à la réglementation du temps de travail. L'équation 14 s'assure que chaque agent soit affecté au maximum à un seul poste par jour. L'équation 15 s'assure de ne pas dépasser un nombre d'heures de travail H^{max} par horizon de temps $\hat{H}^{max}$. Les équations 16a et 16b permettent la définition de la variable binaire $y_{n,d}$ qui s'active si l'agent n n'est affecté à aucun poste de travail le jour d. Nous définissons également la variable $y_{n,d}^{fullrest}$ qui s'active si l'agent n n'est affecté à aucun poste (y compris les postes de congé) le jour d ni à un poste de nuit le jour précédent $d-1$ (dans la pratique on dit d'un jour d qu'il est un jour de repos s'il ne correspond pas à une descente de nuit). Les équations 17a et 17b s'assurent de respecter un maximum, respectivement un minimum, de jours de travail D^{max}, respectivement D^{min}, par horizon de temps $\hat{D}^{max}$, respectivement $\hat{D}^{min}$. Les équations 17c et 17d s'assurent de respecter un maximum, respectivement un minimum, de jours de repos D^{rmax}, respectivement D^{rmin}, par horizon de temps $\hat{D}^{rmax}$, respectivement $\hat{D}^{rmin}$. L'horizon de temps pouvant être l'intégralité de l'horizon du planning ou une période glissante définie.

Les contraintes suivantes concernent les séquences de travail et de repos. La taille maximale des séquences de travail est considérée dans la contrainte 18a. Ainsi, le modèle cherchera à limiter les séquences de travail de plus de D^{Cmax} jours, en pénalisant l'activation de la variable $\delta_{n,d}^{wconseq}$ dans la fonction objectif. Afin de limiter ces dépassements, nous rajoutons la contrainte 18b qui permet de pénaliser, grâce à la variable $\delta_{n}^{lwconseq}$, le dépassement fréquent de la taille maximum des séquences de travail et donc l'activation fréquente de la variable $\delta_{n,d}^{wconseq}$ pour chaque agent du personnel infirmier. La taille minimum des séquences de travail est considérée dans la contrainte souple équation 21. Le modèle cherchera à limiter les séquences de travail de moins de D^{Cmin} jours, en pénalisant l'activation de la variable $\zeta_{n,d}^{wconseq}$ dans la fonction objectif. Cette contrainte emploie les variables binaires $\Theta_{n,d}^{wstart}$ qui s'active si une séquence de travail commence le jour d pour l'agent n (équations 19a-19c), et $\Theta_{n,d}^{wend}$ qui s'active si une séquence de travail prend fin le jour d pour l'agent n (équations 20a-20c). La taille maximum des séquences de repos est considérée dans la contrainte souple équation 22. Ainsi, le modèle cherchera à limiter les séquences de repos de plus de D^{Crmax} jours, en pénalisant l'activation de la variable $\delta_{n,d}^{rconseq}$ dans la fonction objectif. Cette contrainte exclut naturellement les jours d'indisponibilité ou de congés. La taille minimale des séquences de repos est considérée dans la contrainte souple équation 23. Le modèle cherchera à limiter les séquences de repos de moins de D^{Crmin} jours, en pénalisant l'activation de la variable $\zeta_{n,d}^{rconseq}$ dans la fonction objectif. Cette contrainte emploie les variables binaires $\Theta_{n,d}^{rstart}$ qui s'active si une séquence de repos commence le jour d pour l'agent et $\Theta_{n,d}^{rend}$ qui s'active si une séquence de repos prend fin le jour d pour l'agent n. Ces variables sont définies en utilisant une approche similaire à la définition des variables $\Theta^{wstart}_{n,d}$ et $\Theta^{wend}_{n,d}$. Enfin, les contraintes 24a et 24b permettent d'assurer au moins deux jours de repos après une séquence de travail dans des postes de nuit ($s \in S^{night}$). Toutes ces contraintes concernant les séquences de travail et de repos peuvent être considérés comme contraintes dures ou souples. D'autres contraintes sont également formulées concernant le nombre minimum d'heures de repos consécutives par horizon de temps, les séquences de travail indésirables (patterns), etc.

La partie suivante concerne les fins de semaines. Les contraintes 25-25d permettent de définir les variables $w_{n,week}$ qui s'activent si le week-end $week$ est libre. Nous définissons ici un week-end libre si à fois le samedi, le dimanche et la nuit du vendredi sont libres. Les contraintes 26, respectivement 27, s'assurent de respecter un nombre maximum W_{max}, respectivement minimum W_{min}, de week-ends libres sur l'horizon de planification. La contrainte 28 permet de s'assurer que les deux jours du week-end sont soit travaillés ensemble ou libres ensemble. En outre, la contrainte 29 s'assure d'avoir le même type (si le week-end est travaillé) de poste sur les deux jours du week-end. Finalement, la contrainte 30 limite le nombre de week-ends consécutifs travaillés à un maximum de W_{Cmax}. Ces contraintes sont facilement adaptables à la considération d'une fin de semaine avec un seul jour uniquement (e.g. dimanche), ou à des versions souples avec des variables d'écart à pénaliser dans la fonction objectif. D'autres contraintes sont également formulées concernant les fin de semaines avant et après les congés.

2.5 Fonction objectif

$$\Psi_1 = \sum_{i\in\Delta} \sum_{n\in N, s\in S, d\in D, k\in K_n} \delta^i_{n,s,d,k} * \Phi^{violation}_i \tag{31}$$

$$\Psi_2 = \sum_{n\in N} \frac{(1 - y^{fullrest}_{n,d}) \times P^{rest}_{n,d}}{\sum_{d\in D} P^{rest}_{n,d}} \tag{32}$$

$$\Psi_3 = \sum_{n\in N} \frac{y_{n,d} \times P^{work}_{n,d}}{\sum_{d\in D} P^{work}_{n,d}} \tag{33}$$

$$\sum_{d\in D, s\in S^{all}, k\in K_n} x_{n,s,d,k} \times \tilde{D}_s - \sum_{t\in T} (\delta^{h+}_{n,t} - \delta^{h-}_{n,t}) = target_n \tag{34a}$$

$$\Psi_4 = \sum_{n\in N} \sum_{t\in T} \Phi^{+workload}_t * \delta^{h+}_{n,t} + \Phi^{-workload}_t * \delta^{h-}_{n,t} \tag{34b}$$

$$\sum_{d\in D, s\in S^{night}, k\in K_n} x_{n,s,d,k} \times \tilde{D}_s - \sum_{t\in T} (\delta^{hn+}_{n,t} - \delta^{hn-}_{n,t}) \tag{35a}$$

$$= target^{night}_n \tag{35b}$$

$$\Psi_5 = \sum_{n\in N} \sum_{t\in T} \Phi^{+nworkload}_t * \delta^{hn+}_{n,t} + \Phi^{-workload}_t * \delta^{hn-}_{n,t} \tag{35c}$$

$$\sum_{week\in(1,|D^{sam}|)} (1 - w_{n,week}) - \delta^{wmax} \leq 0, \forall n \in N. \tag{36a}$$

$$\sum_{week\in(1,|D^{sam}|)} (1 - w_{n,week}) - \delta^{wmin} \geq 0, \forall n \in N. \tag{36b}$$

$$\Psi_6 = \delta^{wmax} - \delta^{wmin} \tag{36c}$$

$$\sum_{d\in D^f} (1 - y_{n,d}) + Hist_n - \delta^{fmax} \leq 0, \forall n \in N. \tag{37a}$$

$$\sum_{d\in D^f} (1 - y_{n,d}) + Hist_n - \delta^{fmin} \geq 0, \forall n \in N. \tag{37b}$$

$$\Psi_7 = \delta^{fmax} - \delta^{fmin} \tag{37c}$$

La fonction objectif consiste en une agrégation de plusieurs objectifs permettant d'un côté la pénalisation des violations de contraintes souples, et de l'autre l'équilibrage de la charge de travail, de la charge de travail aux postes de nuits, de la satisfaction des préférences, ainsi que des week-ends et jours fériés travaillés.

Le problème d'équilibrage de la charge de travail en considérant des machines ou des opérateurs est un problème largement étudié. Néanmoins, il n'existe pas de mesure de performance établie dans la littérature pour caractériser le problème d'équilibrage de la charge de travail [Cossari et al., 2013]. Malgré cela, différents critères ont été proposés dans la littérature. Parmi eux, on peut citer le pourcentage relatif de déséquilibres [Chung and Chan, 2013], la somme normalisée des écarts quadratiques de charge de travail (NSSWD) [Ho et al., 2009], et la différence entre l'opérateur le plus et le moins chargé ($C_\Delta = C_{max} - C_{min}$) [Ouazene et al., 2014]. Récemment, une analyse théorique et numérique des différents critères abordés dans la littérature pour traiter le problème d'équilibrage de la charge de travail a été présentée dans [Ouazene et al., 2021]. Les auteurs ont examiné rigoureusement les relations théoriques entre les critères de minimisation de C_{max}, $NSSWD$ et C_Δ. Dans le cadre de cette étude, nous avons cherché à identifier les critères optimaux en prenant en compte à la fois la qualité des solutions et les temps de calcul nécessaires pour les obtenir.

En premier, l'objectif Ψ_1 (équation 31) permet de pénaliser les violations des contraintes souples avec les pénalités associées à l'importance de chaque facteur. L'objectif Ψ_2 (équation 32) concerne la satisfaction des desiderata de repos, tandis que l'objectif Ψ_3 (équation 33) concerne la satisfaction des desiderata de travail. Il est possible d'adapter ces formulations pour la considération de desiderata de périodes/postes de travail. L'objectif Ψ_4 concerne l'équilibrage de la charge de travail sur la période de planification (équation 34b). Il permet de pénaliser la charge effectuée par chaque membre du personnel soignant, en plus $\delta^{h+}_{n,t}$ ou en moins $\delta^{h-}_{n,t}$ par rapport à une cible prédéfinie $target_n$ (équation 34). Les pénalités sont définies en escalier sur plusieurs niveaux ($t \in T$), ainsi les écarts importants sont sévèrement pénalisés. L'objectif Ψ_5

concerne l'équilibrage de la charge de travail aux postes de nuit sur la période de planification (équation 35c). Il permet de pénaliser la charge de nuit effectuée par chaque membre du personnel soignant, en plus $\delta_{n,t}^{hn+}$ ou en moins $\delta_{n,t}^{hn-}$ par rapport à une cible prédéfinie $target_n^{night}$ (équation 35a). Ici également, les pénalités sont définis en escalier sur plusieurs niveaux ($t \in T$). Les cibles sont définies en fonction des contrats et de l'historique de travail.

L'objectif 36c concerne l'équilibrage des week-ends libres. Le critère d'écart entre le maximum et le minimum est utilisé (C_Δ). Les équations 36 et 36b permettent de calculer le maximum, respectivement le minimum, de week-ends libres. Une approche similaire est employée avec l'objectif 37c qui traite de l'équilibrage des jours fériés travaillés. Les équations 37a et 37b permettent de calculer le maximum, respectivement le minimum, de jours fériés travaillés avec la prise en compte de l'historique.

3 Tests numériques

L'approche proposée est testée en utilisant des données provenant d'un environnement de travail réel dans un service du Centre Hospitalier de Troyes (CHT), France. Le modèle mathématique formulé en un programme linéaire mixte en nombres entiers (MILP), est résolu en utilisant le solveur Cplex 22.1.0.

Toutes les contraintes présentées ci-dessus sont prises en compte. Les contraintes suivantes sont obligatoires selon le code du travail en France :

- Le nombre maximum d'heures de travail hebdomadaires est de 48 heures, heures supplémentaires comprises.
- Chaque agent doit disposer d'au moins 4 jours libres toutes les deux semaines, dont deux sont consécutives, dont un dimanche.
- Le repos obligatoire est de 12 heures consécutives par jour et de 36 heures consécutives par semaine.

La planification se fait sur une base mensuelle et les agent sont autorisés à exprimer leurs préférences de travail et/ou de repos. En outre, chaque infirmier a un contrat de travail particulier qui stipule entre autres une charge de travail annuelle contractuelle et des restrictions de travail.

L'exemple présenté concerne un service de petite taille où les journées de travail sont divisées en deux postes : de 7h00 à 19h00 et de 19h00 à 7h00. Enfin, la définition des pénalités a nécessité une série d'expériences et une analyse des indicateurs de performance pertinents.

Ces résultats sont présentés afin de comparer les solutions obtenues en utilisant l'algorithme proposé avec celles actuellement utilisées dans le service hospitalier considéré, obtenues à l'aide d'une approche manuelle.

Les tableaux suivants présentent des indicateurs concernant la répartition de la charge de travail et de la charge de travail de nuit pour le planning généré manuellement (tableau I) et le planning généré par l'algorithme (tableau II). Les résultats montrent que l'algorithme propose un planning qui améliore la répartition de la charge de travail de plus de 50%, et la répartition de la charge de nuit de plus de 87%. En outre, le planning généré par l'algorithme assure une couverture totale à 100%, ce qui n'est pas le cas du planning manuel.

TABLE I: Planning généré manuellement

Agent	Quotité	Charge (heures)	Charge relative (heures)	Ratio Nuit/Jour
1	100%	108	108	80%
2	100%	120	120	67%
3	70%	96	137	300%
4	100%	120	120	100%
5	80%	108	135	50%
6	100%	168	168	75%
7	100%	122	122	22%
8	100%	60	60	-
Ecart type	-	-	**29**	**85%**
Etendu	-	-	**108**	**300%**

TABLE II: Planning généré avec l'algorithme

Agent	Quotité	Charge (heures)	Charge relative (heures)	Ratio Nuit/Jour
1	100%	120	120	67%
2	100%	132	132	83%
3	70%	96	137	60%
4	100%	144	144	50%
5	80%	108	135	80%
6	100%	144	144	71%
7	100%	134	134	71%
8	100%	96	96	-
Ecart type	-	-	**15**	**11%**
Etendu	-	-	**48**	**33%**

Concernant les préférences, celles-ci ont été satisfaites à 100% dans les deux cas. Ceci s'explique dans le cas du planning manuel par la simplicité pour le manager de commencer par satisfaire ces préférences dans la mesure du possible et réduire les possibilités. Par ailleurs, le planning généré par l'algorithme permet d'améliorer la satisfaction des contraintes souples de plus de 47%, est ainsi améliorer la qualité du planning. Enfin, l'approche permet une réduction drastique du temps nécessaire à la planification. Le planning est obtenu en moins d'une minute au lieu de plusieurs heures.

4 Conclusion

Dans cet article, nous avons proposé une méthodologie flexible et adaptable pour résoudre le problème d'ordonnancement des infirmiers en pratique, avec un cas d'application dans un centre hospitalier français. Le NSP formulé et modélisé a été résolu en utilisant un programme linéaire mixte en nombres entiers . Des contraintes concernant la réglementation du temps de travail, les contrats et les restrictions des infirmiers, etc. sont formulées de manière flexible pour une meilleure adaptabilité aux besoins dans la pratique. Dans un soucis d'amélioration du bien-être du personnel soignant plusieurs objectifs relatifs à l'équilibrage de la change de travail et de sa pénibilité sont considérés simultanément. Les résultats ont montré que l'approche permet d'obtenir des plannings optimisés, améliorant l'efficacité des établissements de santé tout en préservant le bien-être du personnel. Ainsi, la méthodologie présentée est une solution efficace pour économiser du temps et des ressources, et améliorer la gestion du personnel dans les établissements de santé.

Les futures recherches se concentreront sur l'optimisation et la paramétrage automatique des paramètres de la fonction objectif, ainsi que l'amélioration de l'équilibrage dans l'affectation de la charge de travail. De plus, l'intégration de la planification et de l'ordonnancement pourrait conduire à de meilleurs résultats en pratique et permettre aux établissements de santé d'atteindre leur plein potentiel. Enfin, nous pensons qu'il est important de travailler sur les problématiques de réaffectation pour améliorer la capacité à réagir aux perturbations imprévues.

REFERENCES

Azaiez, M. N. and Al Sharif, S. S. (2005). A 0-1 goal programming model for nurse scheduling. *Computers & Operations Research*, 32(3):491–507.

Beddoe, G., Petrovic, S., and Li, J. (2009). A hybrid metaheuristic case-based reasoning system for nurse rostering. *Journal of Scheduling*, 12:99–119.

Böðvarsdóttir, E. B., Bagger, N.-C. F., Høffner, L. E., and Stidsen, T. J. (2022). A flexible mixed integer programming-based system for real-world nurse rostering. *Journal of Scheduling*, pages 1–30.

Burke, E., Cowling, P., De Causmaecker, P., and Berghe, G. V. (2001). A memetic approach to the nurse rostering problem. *Applied intelligence*, 15:199–214.

Burke, E. K., De Causmaecker, P., Berghe, G. V., and Van Landeghem, H. (2004). The state of the art of nurse rostering. *Journal of scheduling*, 7(6):441–499.

Cheang, B., Li, H., Lim, A., and Rodrigues, B. (2003). Nurse rostering problems—-a bibliographic survey. *European journal of operational research*, 151(3):447–460.

Chung, S. H. and Chan, F. T. (2013). A workload balancing genetic algorithm for the quay crane scheduling problem. *International Journal of Production Research*, 51(16):4820–4834.

Cossari, A., Ho, J. C., Paletta, G., and Ruiz-Torres, A. J. (2013). Minimizing workload balancing criteria on identical parallel machines. *Journal of Industrial and Production Engineering*, 30(3):160–172.

De Causmaecker, P. and Vanden Berghe, G. (2011). A categorisation of nurse rostering problems. *Journal of Scheduling*, 14(1):3–16.

Ho, J. C., Tseng, T.-L. B., Ruiz-Torres, A. J., and López, F. J. (2009). Minimizing the normalized sum of square for workload deviations on m parallel processors. *Computers & Industrial Engineering*, 56(1):186–192.

Kellogg, D. L. and Walczak, S. (2007). Nurse scheduling: from academia to implementation or not? *Interfaces*, 37(4):355–369.

Messelis, T., Haspeslagh, S., Bilgin, B., De Causmaecker, P., and Vanden Berghe, G. (2009). Towards prediction of algorithm performance in real world optimisation problems. In *Proceedings of the 21st Benelux conference on Artificial Intelligence.*, pages 177–183.

Meyer auf'm Hofe, H. (2001). Solving rostering tasks as constraint optimization. In *Practice and Theory of Automated Timetabling III: Third International Conference, PATAT 2000 Konstanz, Germany, August 16–18, 2000 Selected Papers 3*, pages 191–212. Springer.

Ngoo, C. M., Goh, S. L., Sabar, N. R., Abdullah, S., Kendall, G., et al. (2022). A survey of the nurse rostering solution methodologies: The state-of-the-art and emerging trends. *IEEE Access*.

Osogami, T. and Imai, H. (2000). Classification of various neighborhood operations for the nurse scheduling problem. In *International Symposium on Algorithms and Computation*, pages 72–83. Springer.

Ouazene, Y., Nguyen, N.-Q., and Yalaoui, F. (2021). Workload balancing on identical parallel machines: Theoretical and computational analysis. *Applied Sciences*, 11(8):3677.

Ouazene, Y., Yalaoui, F., Chehade, H., and Yalaoui, A. (2014). Workload balancing in identical parallel machine scheduling using a mathematical programming method. *International Journal of Computational Intelligence Systems*, 7(sup1):58–67.

Petrovic, S. (2019). "you have to get wet to learn how to swim" applied to bridging the gap between research into personnel scheduling and its implementation in practice. *Annals of Operations Research*, 275(1):161–179.

Rönnberg, E., Larsson, T., and Bertilsson, A. (2013). Automatic scheduling of nurses: What does it take in practice? *Systems Analysis Tools for Better Health Care Delivery*, pages 151–178.

Van den Bergh, J., Beliën, J., De Bruecker, P., Demeulemeester, E., and De Boeck, L. (2013). Personnel scheduling: A literature review. *European journal of operational research*, 226(3):367–385.